

О Т Г О В О Р И НА ЗАДАЧИТЕ ОТ ТЕМАТА ЗА VIII КЛАС

Задача 7. Отг. а) 745,20; б) 19; в) 21 000; г) 2037.

а) Стойността на автомобила през 2023 г. е $0,9^2 \cdot 23\,000 = 18\,630$ евро и застрахователната премия е $0,04 \cdot 18\,630 = 745,20$ евро. **(1 точка)**

б) Стойността на автомобила през 2024 г. е $0,9^3 \cdot X$, а през 2022 г. стойността е $0,9 \cdot X$. Тогава $\frac{0,9 \cdot X - 0,9^3 \cdot X}{0,9 \cdot X} \cdot 100 = (1 - 0,9^2) \cdot 100 = (1 - 0,81) \cdot 100 = 0,19 \cdot 100 = 19$ и отговорът е, че стойността на автомобила през 2024 г. спрямо 2022 г. е с 19% по-малка. **(2 точки)**

в) Застрахователните премии по години са дадени в следната таблица:

Година	Стойност на автомобила	Застрахователна премия
2021	X	$0,04X$
2022	$0,9 \cdot X$	$0,04 \cdot 0,9 \cdot X$
2023	$0,9^2 \cdot X$	$0,04 \cdot 0,9^2 \cdot X$
2024	$0,9^3 \cdot X$	$0,04 \cdot 0,9^3 \cdot X$
2025	$0,9^4 \cdot X$	$0,04 \cdot 0,9^4 \cdot X$

Сумата от премиите е $X \cdot 0,04 \cdot (1 + 0,9 + 0,9^2 + 0,9^3 + 0,9^4) =$
 $= X \cdot 0,04(1 + 0,9 + 0,81 + 0,729 + 0,6561) = X \cdot 0,04 \cdot 4,0951 = 0,163804X$. **(2 точки)**

От условието $0,163804X = 3439,88$ намираме $X = 20\,999,98$ евро, което, закръглено до цяло число, е 21 000 евро. **(1 точка)**

г) Стойността на автомобила през 2021 г. е X евро, след 1 година е $0,9 \cdot X$ евро, след 2 години е $0,9^2 \cdot X$ евро и т.н., след n години стойността ще е $0,9^n \cdot X$ евро. Търсим най-голямото n , за което $\frac{X - 0,9^n \cdot X}{X} \cdot 100 \leq 80\%$. Но

$$\frac{X - 0,9^n \cdot X}{X} \cdot 100 \leq 80\% \Leftrightarrow (1 - 0,9^n) \leq 0,8,$$

откъдето ще следва, че при $n+1$ ще бъде изпълнено $\frac{X - 0,9^{n+1} \cdot X}{X} \cdot 100 > 80\%$.

Заклучаваме, че от $\frac{X - 0,9^n \cdot X}{X} \cdot 100 \leq 80\%$ следва $1 - 0,9^n \leq 0,8$, т.е. $0,9^n \geq 0,2$. **(2 точки)**

$$0,9^2 = 0,81 > 0,2; \quad 0,9^4 = 0,81 \cdot 0,81 = 0,6561 > 0,2;$$

$$0,9^8 = 0,6561 \cdot 0,6561 = 0,4304672 > 0,2;$$

$$0,9^{15} = 0,9^8 \cdot 0,9^4 \cdot 0,9^2 \cdot 0,9 = 0,4304672 \cdot 0,6561 \cdot 0,81 \cdot 0,9 = 0,205891 > 0,2;$$

$$0,9^{16} = 0,4304672 \cdot 0,4304672 = 0,185302 < 0,2. \quad \textbf{(1 точка)}$$

Заклучаваме, че едва след 16 години стойността на автомобила ще е с повече от 80% по-ниска от първоначалната му стойност. Това ще се случи най-рано през 2037 г. (**1 точка**)

ОТГОВОРИ

Задача	1	2	3	4	5	6	7
Отговор	A	C	D	A	B	210	а) 745,20; б) 19%; в) 21 000; г) 2037